

Ćwiczenie 3

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA TARCIA W CZOPACH MECHANIZMU KORBOWO-WODZIKOWEGO

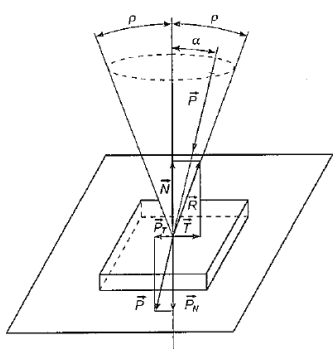
3.1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest ustalenie linii działania sił z uwzględnieniem tarcia w czopach mechanizmu przegubowego oraz wyznaczenie pozornego współczynnika tarcia w czopach mechanizmu korbowo-wodzikowego.

3.2. Wprowadzenie teoretyczne

Tarcie suche występuje przy stykaniu się lub przy wzajemnym ruchu ciał o dużej sztywności, współpracujących bez smaru.

W pewnych zakresach obciążeń i prędkości poślizgu można stosować zależność na siłę tarcia podaną przez Coulomba, traktując współczynnik tarcia jako stały



$$T = \mu N, \quad (3.1)$$

gdzie: T – siła tarcia,
 N – reakcja normalna stykających się ciał,
 μ – współczynnik tarcia powierzchni płaskich.

W parze postępowej przedstawionej na rys. 3.1 nie może nastąpić ruch względny pod działaniem siły zewnętrznej \vec{P} , jeżeli $\alpha < \rho$ tzn. $P_T < T$. Jeżeli $\alpha = \rho$, to całkowita reakcja \vec{R} leży na powierzchni stożka tarcia i dopiero wtedy może nastąpić ruch względny. Tarcie takie nazywamy rozwiniętym. Jeżeli para współpracująca ze

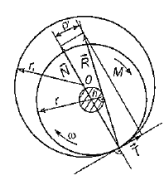
Rys. 3.1. Oznaczenie strefy tarcia w parze postępowej

sobą tworzy parę obrotową (rys. 3.2), to na skutek momentu sił zewnętrznych M powstanie moment tarcia równy

$$M_T = Tr = Rh, \quad (3.2)$$

gdzie: $h = r \sin \rho' = r \operatorname{tg} \rho' = r \mu'$,

h – promień koła tarcia,
 μ' – pozorny współczynnik tarcia w parze obrotowej.



Rys. 3.2. Siły z tarcieniem w parze obrotowej

3.2.1. Wyznaczenie zależności na współczynnik tarcia w parze obrotowej

Między współczynnikiem tarcia suchego μ powierzchni płaskich a pozornym współczynnikiem tarcia μ' w parze obrotowej zachodzą zależności:

– dla czopa i panwi niedotartej

$$\mu' = \frac{\pi}{2} \mu = 1,57 \mu, \quad (3.3)$$

– dla dotartej panwi i czopa

$$\mu' = \frac{4}{\pi} \mu = 1,27 \mu. \quad (3.4)$$

Dla pary obrotowej składającej się z czopa obracającego się w nieruchomej panwi wyprowadzimy zależności opisujące współczynnik tarcia w parze obrotowej dane w postaci (3.3) i (3.4).

Załóżmy, że czop z panwią styka się w jej dolnej połowie. Na parę obrotową działa promieniowa siła Q . Należy wyznaczyć zależność między momentem tarcia M_T a siłą Q . Aby wyznaczyć tę zależność, trzeba znać rozkład jednostkowych nacisków normalnych na powierzchni czopa.

Rozpatrzmy dwie krańcowo różne hipotezy: hipotezę stałych nacisków i hipotezę stałych zużyć.

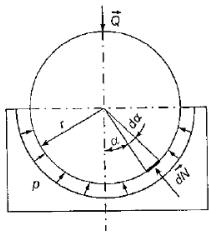
Hipoteza stałych nacisków

Według tej hipotezy jednostkowe naciski normalne na całej powierzchni czopa są stałe. Wydzielmy na czopie (rys. 3.3) pasek po tworzącej części walcowej o długości l i małej szerokości równej $r d\alpha$.

Powierzchnia tego paska wynosi

$$ds = l r d\alpha, \quad (3.5)$$

gdzie: l – długość czopa,
 r – promień czopa.



Rys. 3.3. Naciski w parze obrotowej wg hipotezy stałych nacisków

Siła nacisku na ten pasek jest równa

$$dN = p ds = p l r d\alpha, \quad (3.6)$$

gdzie: p – jednostkowy nacisk normalny.

Siła tarcia powstająca na powierzchni paska wynosi

$$dT = \mu dN = \mu p l r d\alpha. \quad (3.7)$$

Zależność na moment tarcia na powierzchni paska ma postać

$$dM_T = r dT = \mu p l r^2 d\alpha. \quad (3.8)$$

Moment tarcia na całej powierzchni tarcia wynosi

$$M_T = 2 \int_0^{0,5\pi} \mu p l r^2 d\alpha = 2 \mu p l r^2 \frac{\pi}{2} = \pi \mu p l r^2. \quad (3.9)$$

W celu wyznaczenia nacisków normalnych jednostkowych p rozpatrzmy sumę rzutów wszystkich sił w kierunku obciążenia Q

$$\int_0^{\pi} dN \cos \alpha = Q \quad (3.10)$$

lub

$$2 \int_0^{0,5\pi} p l r \cos \alpha d\alpha = Q. \quad (3.11)$$

Po scałkowaniu zależność (3.11) przyjmie postać

$$2 p l r \sin \frac{\pi}{2} = Q. \quad (3.12)$$

Stąd naciski jednostkowe wynoszą

$$p = \frac{Q}{2 r l}. \quad (3.13)$$

Naciski jednostkowe są równe sile promieniowej Q , podzielonej przez powierzchnię rzutu części cylindrycznej czopa na jego średnicę. Podstawiając wyrażenie (3.13) do (3.9) otrzymamy związek między momentem tarcia M_T i siłą Q w postaci

$$M_T = \frac{\pi \mu l r^2 Q}{2 r l} = \frac{\pi}{2} \mu r Q \quad (3.14)$$

lub

$$M_T = \mu' r Q, \quad (3.15)$$

gdzie: μ' – pozorny współczynnik tarcia w parze obrotowej wg hipotezy stałych nacisków.

Z zależności (3.14) i (3.15) otrzymamy

$$\mu' = \frac{\pi}{2} \mu = 1,57 \mu. \quad (3.16)$$

Hipoteza stałych zużyć

Wprowadzimy zależność pomiędzy momentem tarcia i promieniową siłą działającą na czop wg hipotezy, że zużycie w kierunku działania siły jest jednakowe. Zakładamy, że czop wykonany jest z twardszego materiału niż panew i w czasie pracy zużywa się tylko panew, a czop przemieszcza się w głąb panwi o wielkość zużycia w kierunku siły \vec{Q} (rys. 3.4).

Na początku współpracy środek czopa znajdował się w punkcie O , a w czasie pracy przemieścił się o wielkość zużycia OO_1 do punktu O_1 . O taką samą wielkość przemieściły się punkty leżące na powierzchni czopa, tj.

$$ab = a'b' = a''b'' = \text{const.}$$

Wydzielmy wokół punktu a (rys. 3.4) wąski pasek o długości l (długość czopa). Powierzchnia tego paska wynosi

$$ds = l r d\alpha. \quad (3.17)$$

Siła nacisku na ten pasek równa jest

$$dN = p l r d\alpha, \quad (3.18)$$

gdzie: p – zmienny normalny nacisk jednostkowy.

Siła tarcia powstająca na powierzchni paska wynosi

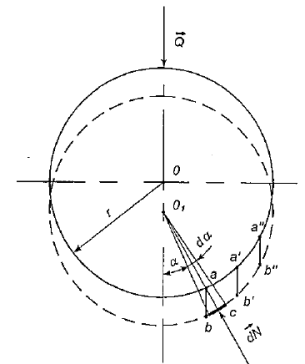
$$dT = \mu p l r d\alpha, \quad (3.19)$$

a moment tarcia wynosi

$$dM_T = \mu p l r^2 d\alpha. \quad (3.20)$$

Moment tarcia na całej powierzchni styku wyznaczmy z zależności

$$M_T = 2 \int_0^{\pi/2} \mu p l r^2 d\alpha = 2 \mu l r^2 \int_0^{\pi/2} p d\alpha. \quad (3.21)$$



Rys. 3.4. Przemieszczanie czopa w głąb panwi wg hipotezy stałych zużyć

Nacisk jednostkowy p jest zmienny, więc występuje pod całką. Najpierw wyznaczmy nacisk jednostkowy p w funkcji kąta α .

Stałe zużycie ab w kierunku siły i zmienne promieniowe zużycie ac związane są ze sobą związkiem

$$ac = ab \cos \alpha. \quad (3.22)$$

Jednocześnie promieniowe zużycie ac będzie wprost proporcjonalne do nacisku jednostkowego p i względnej szybkości ślizgania v

$$ac = kp v = kp \omega r, \quad (3.23)$$

gdzie: k – niewiadomy współczynnik proporcjonalności.

Porównując zależności (3.22) i (3.23)

$$ab \cos \alpha = kp \omega r \quad (3.24)$$

otrzymamy zależność na nacisk jednostkowy w postaci

$$p = \frac{ab}{k \omega r} \cos \alpha. \quad (3.25)$$

Oznaczając

$$\frac{ab}{k \omega r} = c, \quad (3.26)$$

gdzie: c – stała wielkość, i podstawiając (3.26) do (3.25) uzyskamy

$$p = c \cos \alpha. \quad (3.27)$$

Przez podstawienie (3.27) do wyrażenia na moment tarcia (3.21) otrzymamy

$$M_T = 2 \mu l r^2 \int_0^{\pi/2} c \cos \alpha \, d\alpha = 2 \mu l c r^2 \sin \frac{\pi}{2}. \quad (3.28)$$

Stąd zależność na moment tarcia

$$M_T = 2 \mu l r^2 c. \quad (3.29)$$

W wyrażeniu (3.29) stała c jest niewiadoma. Aby ją wyznaczyć, musimy rozpatrzyć sumę rzutów sił na kierunek obciążenia Q

$$2 \int_0^{\pi/2} \cos \alpha \, dN - Q = 0. \quad (3.30)$$

Podstawiając wyrażenie (3.18) i (3.27) do (3.30) otrzymamy

$$2 \int_0^{\pi/2} l r c \cos^2 \alpha \, d\alpha = Q. \quad (3.31)$$

Po scałkowaniu lewa strona wyrażenia (3.31) przyjmie postać

$$\begin{aligned} 2 \int_0^{\pi/2} l r c \cos^2 \alpha \, d\alpha &= 2 l r c \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha \right) d\alpha = \\ &= 2 l r c \left(\frac{\alpha}{2} \Big|_0^{\pi/2} + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \Big|_0^{\pi/2} \right) = 2 l r c \left(\frac{\pi}{4} + 0 \right) = \frac{\pi}{2} l r c, \end{aligned}$$

stąd ze wzoru (3.31) otrzymamy zależność na siłę Q w postaci

$$\frac{\pi}{2} l r c = Q. \quad (3.32)$$

Stała c wyznaczona z (3.32) przyjmie wartość

$$c = \frac{2Q}{\pi l r}. \quad (3.33)$$

Podstawiając (3.33) do wyrażenia na moment tarcia (3.29) otrzymamy związek między momentem tarcia M_T i promieniową siłą Q w postaci

$$M_T = \frac{4}{\pi} \mu Q r \quad (3.34)$$

lub w postaci

$$M_T = \mu' Q r, \quad (3.35)$$

gdzie: μ' – pozorny współczynnik tarcia w czopach.

Porównując zależności (3.34) i (3.35) uzyskamy wzór na współczynnik tarcia w czopach wg hipotezy stałych zużyć

$$\mu' = \frac{4}{\pi} \mu = 1,27 \mu. \quad (3.36)$$

Z porównania wyrażen na pozorny współczynnik tarcia w czopach wyprowadzonych wg dwóch krańcowo różnych hipotez – hipotezy stałych nacisków (3.16) i hipotezy stałych zużyć (3.36) – wynika, że rzeczywisty współczynnik tarcia w czopach będzie zawarty między tymi wartościami, w zależności od tego czy para obrotowa jest dotarta, czy też nie, tzn:

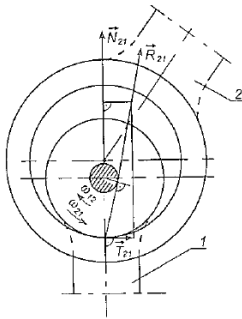
$$\mu' = (1,27 \div 1,57) \mu. \quad (3.37)$$

Dla nowego czopa i panwi należy brać wartość bliższą górnej granicy, a dla dotartego czopa i panwi – wartość bliższą dolnej granicy wyrażenia (3.37), opisującego pozorny współczynnik tarcia w czopach.

3.2.2. Wyznaczanie linii działania sił w mechanizmie przegubowym z uwzględnieniem tarcia w czopach

Podczas ruchu czopa w panwi następuje przemieszczenie środka czopa w stosunku do środka panwi, na skutek istniejącego luzu między czopem i panwią. Ponieważ luz ten jest mały, promienie kół tarcia kreślić będziemy ze środka czopa O (rys. 3.2).

Pod działaniem zewnętrznego momentu M powstaną siły, jak to pokazano na rys. 3.2, gdzie \vec{N} jest reakcją oddziaływania panwi na czop bez tarcia, \vec{T} – siłą tarcia, \vec{R} – reakcją oddziaływania panwi na czop z uwzględnieniem tarcia. W ogólnym przypadku przy rysowaniu sił oddziaływania między członami mechanizmu przegubowego, początek siły \vec{N} przesuwamy do środka panwi, a początek siły \vec{R} do punktu styku z kołem tarcia (rys. 3.5).



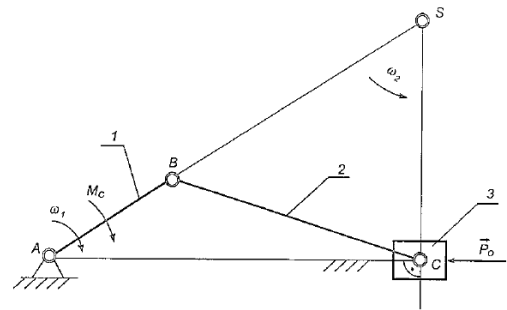
Rys. 3.5. Siły wzajemnego oddziaływania w parze obrotowej

Wiadomo, że tarcie przeciwdziała ruchowi. Po ustaleniu jednakowych indeksów przy siłach i względnej prędkości kątowej – rys. 3.5 – widzimy, że siła wzajemnego oddziaływania z tarcie \vec{R}_{21} w stosunku do siły bez tarcia \vec{N}_{21} jest przesunięta do punktu styczności z kołem tarcia w stronę przeciwną niż wskazuje zwrot względnej prędkości kątowej ω_{21} .

Potraktujmy ten umowny sposób wyznaczania linii sił wzajemnego oddziaływania jako regułę mnemotechniczną.

Wyznamy linie oddziaływania sił z uwzględnieniem tarcia w mechanizmie korbowo-wodzikowym, pokazanym na rys. 3.6. Do członu 1 (korba) przyłożono moment czynny M_c natomiast do członu 3 (wodzik) przyłożono siłę oporu \vec{P}_o .

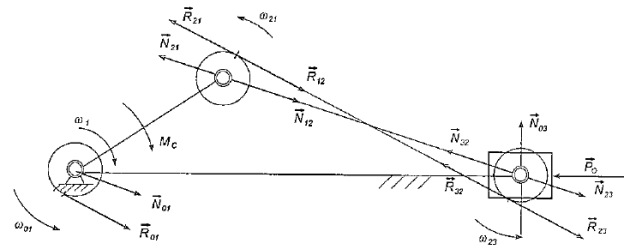
Do wyznaczenia linii działania sił w mechanizmie pokazanym na rys. 3.6 musimy znać zwroty względnych prędkości kątowych. Aby je określić musimy uprzednio znać zwrot bezwzględnej prędkości kątowej ω_2 członu 2. Wyznamy chwilowy środek obrotu członu 2.



Rys. 3.6. Schemat mechanizmu korbowo-wodzikowego z członem napędowym 1 (korba)

Dla mechanizmu przedstawionego na rys. 3.6 chwilowy środek obrotu S członu 2 leży na przecięciu kierunku członu 1 i kierunku prostopadłego do kierunku prowadnicy wodzika 3, poprowadzonego z punktu C . Po wyznaczeniu położenia chwilowego środka obrotu członu 2 można wyznaczyć prędkość kątową ω_2 (rys. 3.6). Zwrot prędkości kątowej ω_2 wynika ze zwrotu prędkości kątowej ω_1 członu napędowego oraz położenia członów mechanizmu korbowo-wodzikowego.

Po wyznaczeniu prędkości kątowej ω_2 członu 2, wyznaczamy prędkości kątowe względne ω_{21} i ω_{23} , przedstawione na rys. 3.7.



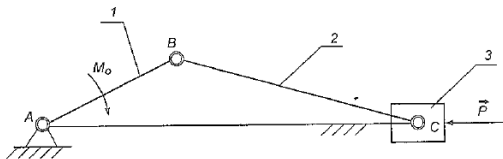
Rys. 3.7. Linie działania sił bez tarcia i z uwzględnieniem tarcia w czopach mechanizmu korbowo-wodzikowego z rys. 3.6

Po określeniu zwrotów prędkości kątowych względnych można wyznaczyć linie działania sił z uwzględnieniem tarcia w czopach mechanizmu. Kreśląc promienie kół tarcia ze środków przegubów, linie działania sił z tarcieniem będą odpowiednio styczne do kół tarcia, zgodnie z ustaloną regułą mnemotechniczną i zasadą pokazaną na rys. 3.5.

Na rys. 3.7 wykreślono linie działania sił bez tarcia i z tarcieniem dla położenia mechanizmu korbowo-wodzikowego przedstawionego na rys. 3.6 oraz narysowano wektory reakcji bez tarcia i z tarcieniem wprowadzając oznaczenia: \vec{N} – reakcje bez tarcia, \vec{R} – reakcje z tarcieniem, M_c – moment czynny, \vec{P}_o – siła oporu. Linie działania sił z tarcieniem przechodzą z jednej strony koła tarcia na drugą, w zależności od tego, w której ćwiartce koła znajduje się korba 1.

3.2.3. Martwe położenie z uwzględnieniem tarcia

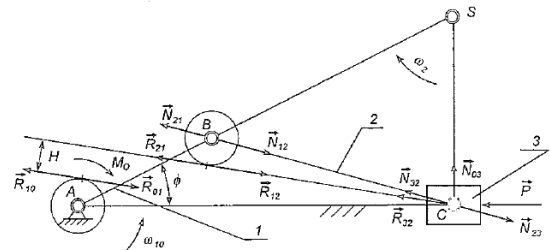
Martwym położeniem mechanizmu będziemy nazywać takie jego położenie, w którym układ sił zewnętrznych działających na pewien człon pozostawia go w równowadze, przy czym tarcie nie jest rozwinięte. Rozpatrzmy mechanizm korbowo-wodzikowy przedstawiony na rys. 3.8. Dla tego mechanizmu członem napędzającym jest człon 3 (wodzik), do którego przyłożono siłę czynną \vec{P} napędzającą układ, natomiast do członu 1 przyłożono moment oporu M_o . Pomijamy tarcie w czopie C oraz siły bezwładności.



Rys. 3.8. Układ sił w mechanizmie korbowo-wodzikowym bez tarcia z członem napędzającym 3 (wodzik)

Uwzględniając tarcie w czopach A i B narysujemy układ sił z uwzględnieniem tarcia (rys. 3.9). Ramię działania pary sił powodującej obrót członu 1 oznaczmy przez H .

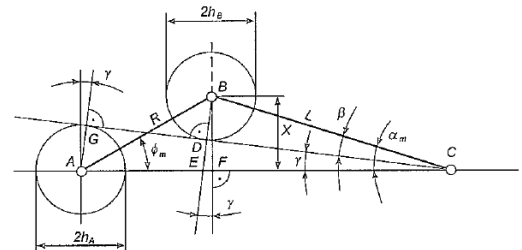
Położenie mechanizmu przedstawionego na rys. 3.9, dla którego $H = 0$, nazywamy granicznym martwym położeniem równowagi, a kąt $\Phi = \Phi_m$ – kątem granicznej równowagi. Położenie mechanizmu, dla którego $\Phi < \Phi_m$, nazywamy martwym położeniem mechanizmu.



Rys. 3.9. Układ sił bez tarcia i z tarcieniem w mechanizmie korbowo-wodzikowym z rys. 3.8

3.2.4. Wyznaczanie pozornego współczynnika tarcia w czopach mechanizmu korbowo-wodzikowego

Wyprowadźmy wzór na pozorny współczynnik tarcia w czopach mechanizmu korbowo-wodzikowego (rys. 3.8) w zależności od parametrów geometrycznych mechanizmu, rozpatrując związki geometryczne dla mechanizmu w jego granicznym, martwym położeniu. Jest to takie położenie mechanizmu, przy którym moment obrotowy od siły \vec{P} działający na człon 1 jest równy zero ($H = 0$). Położenie to przedstawione jest na rys. 3.10.



Rys. 3.10. Mechanizm korbowo-wodzikowy w granicznym, martwym położeniu

Graniczne, martwe położenie mechanizmu zależy od parametrów geometrycznych mechanizmu oraz od współczynnika tarcia w czopach. W mechanizmie korbowo-wodzikowym parametrami geometrycznymi są: promień korby R , długość korbodu L oraz promienie r_A i r_B , w których uwzględniamy tarcie.

Wielkość promieni czopów r_A i r_B wpływa na wielkość promieni kół tarcia h_A i h_B poprzez pozorny współczynnik tarcia w czopach, zgodnie ze wzorem (3.2).

Spróbujmy na podstawie położenia mechanizmu w granicznym, martwym położeniu uzależnić pozorny współczynnik tarcia w czopach od parametrów geometrycznych układu oraz od kąta granicznej równowagi Φ_m .

Rozpatrzmy trójkąty podobne AGC i EDC (rys. 3.10), z których wynika zależność

$$\frac{AG}{GC} = \frac{ED}{DC}. \quad (3.38)$$

Z podanych niżej trójkątów wyznaczmy zależności

$$\left. \begin{aligned} z \Delta ABF \rightarrow AF = R \cos \Phi_m; \quad FB = R \sin \Phi_m, \\ z \Delta CBF \rightarrow FC = L \cos \alpha_m, \\ z \Delta AGC \rightarrow GC = AC \cos \gamma, \\ z \Delta CBD \rightarrow DC = L \cos \beta, \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

ale

$$\left. \begin{aligned} AG = h_A \text{ i } BD = h_B, \\ ED = EB - BD \text{ i } EB = \frac{FB}{\cos \gamma}, \\ AC = AF + FC. \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

Podstawiając (3.39) oraz (3.40) do (3.38) otrzymamy

$$\frac{h_A}{(R \cos \Phi_m + L \cos \alpha_m) \cos \gamma} = \frac{R \sin \Phi_m - h_B}{L \cos \beta}. \quad (3.41)$$

Uwzględniając, że

$$\left. \begin{aligned} h_A = r_A \mu', \\ h_B = r_B \mu', \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

po przekształceniu otrzymamy wzór na pozorny współczynnik tarcia w czopach

$$\mu' = \frac{R \sin \Phi_m (R \cos \Phi_m + L \cos \alpha_m)}{r_A L \cos \beta + r_B \cos \gamma (R \cos \Phi_m + L \cos \alpha_m)}. \quad (3.43)$$

Dla małych kątów, które praktycznie występują przy pomiarach, tzn.

$$\cos \Phi_m \approx 1, \cos \beta \approx 1, \cos \alpha_m \approx 1, \cos \gamma \approx 1, \quad (3.44)$$

wzór (3.43) przybierze postać

$$\mu' = \frac{R(R+L)}{r_A L + r_B(R+L)} \sin \Phi_m. \quad (3.45)$$

W naszym przypadku zamiast pomiaru kąta granicznej równowagi Φ_m dokonujemy pomiaru wychylenia czopa B o wielkość X zależną od Φ_m (rys. 3.10) wg wzoru

$$\sin \Phi_m = \frac{X}{R}, \quad (3.46)$$

stąd otrzymujemy wzór na pozorny współczynnik tarcia w czopach dla mechanizmu korbowo-wodzikowego w postaci

$$\mu' = \frac{R+L}{r_A L + r_B(R+L)} X. \quad (3.47)$$

Ze względu na trudności z ustaleniem położenia punktu B na linii między punktami A i C mechanizmu, od którego należy zacząć mierzyć wielkość wychylenia punktu B aż do jego granicznego martwego położenia, pomiar wielkości X dokonywany jest pośrednio.

Najpierw przeprowadzamy pomiar wychylenia czopa B w jedną stronę, od przyjętej bazy pomiarowej „1” aż do granicznego martwego położenia mechanizmu, a następnie wykonujemy pomiar wychylenia czopa B w drugą stronę, od przyjętej bazy pomiarowej „2”, aż do granicznego martwego położenia mechanizmu korbowo-wodzikowego. Wielkości pomiarowe oznaczamy odpowiednio X_1 i X_2 . Odległość między bazami „1” i „2” zaznaczamy symbolem a (rys. 3.11).

Wielkości pomiarowe X_1 i X_2 wyznaczamy od odpowiednich baz, wychylając punkt B w stronę granicznego, martwego położenia poprzez kontakt przyrzędu pomiarowego ze średnicą zewnętrzną panwi.

Wielkość X obliczamy z zależności

$$X = \frac{X_1 + X_2 + D_B - a}{2}, \quad (3.48)$$

gdzie: D_B – średnica zewnętrzna panwi,

a – odległość między bazami „1” i „2”.

Zależność na wyznaczenie pozornego współczynnika tarcia w czopach mechanizmu korbowo-wodzikowego, przy tak przyjętym sposobie pomiaru wielkości X , po uwzględnieniu (3.48) we wzorze (3.47), przyjmie postać

$$\mu' = \frac{R+L}{r_A L + r_B(R+L)} \left(\frac{X_1 + X_2 + D_B - a}{2} \right). \quad (3.49)$$

3.2.5. Analiza błędów

Przeprowadźmy analizę błędów otrzymanego wzoru (3.49) w celu wyznaczenia pozornego współczynnika tarcia w czopach mechanizmu korbowo-wodzikowego.

Poszukiwana wartość pozomego współczynnika tarcia w czopach obliczona z zależności (3.49) jest funkcją wielkości mierzonych: $R, L, r_A, r_B, X_1, X_2, D_B, a$, co możemy zapisać w postaci

$$\mu' = F(R, L, r_A, r_B, X_1, X_2, D_B, a).$$

Wielkość poszukiwana μ' jest zatem funkcją wielu zmiennych.

W przypadku ogólnym, wielkości: $R, L, r_A, r_B, X_1, X_2, D_B, a$, które uzyskujemy na drodze pomiarów, są obciążone pewnymi błędami: $\sigma R, \sigma L, \sigma r_A, \sigma r_B, \sigma X_1, \sigma X_2, \sigma D_B, \sigma a$, wskutek których wielkość poszukiwana μ' jest obciążona błędami składowymi: $\Delta R, \Delta L, \Delta r_A, \Delta r_B, \Delta X_1, \Delta X_2, \Delta D_B, \Delta a$, przy czym ΔR oznacza błąd w określeniu wielkości μ' w wyniku pomiaru wielkości R z błędem σR , ΔL oznacza błąd w określeniu wielkości μ' w wyniku pomiaru wielkości L z błędem σL itd.

Błąd bezwzględny wielkości μ' jest funkcją wszystkich błędów składowych wielkości mierzonych

$$\Delta = f(\Delta R, \Delta L, \Delta r_A, \Delta r_B, \Delta X_1, \Delta X_2, \Delta D_B, \Delta a).$$

Znając składowe błędy spowodowane błędami wielkości mierzonych, możemy obliczyć najbardziej prawdopodobną wartość błędu wielkości poszukiwanej ze znanej zależności z teorii błędów

$$\Delta = \sqrt{(\Delta R)^2 + (\Delta L)^2 + (\Delta r_A)^2 + (\Delta r_B)^2 + (\Delta X_1)^2 + (\Delta X_2)^2 + (\Delta D_B)^2 + (\Delta a)^2}. \quad (3.50)$$

Wartość rzeczywistą wielkości poszukiwanej μ' obliczamy z zależności

$$\mu'_{rz} = \mu'_{obl} \pm \Delta, \quad (3.51)$$

gdzie

$$\mu'_{obl} = \frac{R+L}{r_A L + r_B (R+L)} \left(\frac{X_{1sr} + X_{2sr} + D_B - a}{2} \right). \quad (3.52)$$

Składowe błędy wielkości mierzonych występujące we wzorze (3.50) wyznaczamy z zależności

$$\Delta R = \frac{\partial \mu'}{\partial R} \sigma R = \frac{r_A L}{[r_A L + r_B (R+L)]^2} \left(\frac{X_{1sr} + X_{2sr} + D_B - a}{2} \right) \sigma R, \quad (3.53)$$

$$\Delta L = \frac{\partial \mu'}{\partial L} \sigma L = \frac{-r_A R}{[r_A L + r_B (R+L)]^2} \left(\frac{X_{1sr} + X_{2sr} + D_B - a}{2} \right) \sigma L, \quad (3.54)$$

$$\Delta r_A = \frac{\partial \mu'}{\partial r_A} \sigma r_A = \frac{-L(R+L)}{[r_A L + r_B (R+L)]^2} \left(\frac{X_{1sr} + X_{2sr} + D_B - a}{2} \right) \sigma r_A, \quad (3.55)$$

$$\Delta r_B = \frac{\partial \mu'}{\partial r_B} \sigma r_B = \frac{-(R+L)^2}{[r_A L + r_B (R+L)]^2} \left(\frac{X_{1sr} + X_{2sr} + D_B - a}{2} \right) \sigma r_B, \quad (3.56)$$

$$\Delta X_1 = \frac{\partial \mu'}{\partial X_{1sr}} 3 \sigma X_{1sr} = \frac{R+L}{2[r_A L + r_B (R+L)]} 3 \sigma X_{1sr}, \quad (3.57)$$

$$\Delta X_2 = \frac{\partial \mu'}{\partial X_{2sr}} 3 \sigma X_{2sr} = \frac{R+L}{2[r_A L + r_B (R+L)]} 3 \sigma X_{2sr}, \quad (3.58)$$

$$\Delta D_B = \frac{\partial \mu'}{\partial D_B} \sigma D_B = \frac{R+L}{2[r_A L + r_B (R+L)]} \sigma D_B, \quad (3.59)$$

$$\Delta a = \frac{\partial \mu'}{\partial a} \sigma a = \frac{-(R+L)}{2[r_A L + r_B (R+L)]} \sigma a, \quad (3.60)$$

gdzie: $\sigma R, \sigma L, \sigma r_A$ itd. są to przypadkowe błędy wskazania i odczytu narzędzi pomiarowych.

Wielkość błędów zależy od warunków, w jakich dokonywany jest pomiar.

Błędy przypadkowe charakteryzują się tym, że ze wzrostem liczby pomiarów otrzymana wartość średnia zbliża się do pewnej wartości średniej, zwanej wartością oczekiwaną.

Błędów przypadkowych nie da się uniknąć, mimo że odczyt będzie robił ten sam człowiek i w tych samych warunkach zewnętrznych.

W praktyce możemy się zbliżyć do wartości ściślej przez wielokrotne powtarzanie pomiarów w tych samych warunkach, a następnie przez zastosowanie znanych wzorów z teorii prawdopodobieństwa do zjawisk losowych określić możemy prawdopodobną wartość wielkości mierzonych.

Najbardziej prawdopodobną wartością wielkości mierzonej, otrzymanej z szeregu powtarzalnych pomiarów, jest ich średnia arytmetyczna, którą obliczamy dla wielkości X_1 i X_2 z zależności

$$X_{1sr} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{1i}}{n}, \quad X_{2sr} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{2i}}{n}, \quad (3.61)$$

gdzie: X_{1i}, X_{2i} – wartości i -tego pomiaru wielkości X_1 i X_2 ,
 n – liczba pomiarów.

Błąd poszczególnego pomiaru w stosunku do wartości średniej znajdziemy przyjmując za wartość wielkości mierzonych wartości X_{1i} oraz X_{2i} , a za wartość rzeczywistą – średnią arytmetyczną wziętą z pomiarów, czyli

$$\sigma X_{1i} = X_{1i} - X_{1sr}, \quad \sigma X_{2i} = X_{2i} - X_{2sr}. \quad (3.62)$$

Z teorii błędów zjawisk losowych wiadomo, że niepewność co do wartości średniej maleje wraz ze wzrostem liczby pomiarów, jednak praktycznie ze względu na koszty, czas potrzebny do uzyskania wyniku itp. przyjmuje się zwykle, że liczba $n = 5$ jest wystarczająca.

Korzystając ze wzoru Gaussa, błąd średni wartości średniej mierzonych wielkości X_1 i X_2 wyznaczmy z zależności

$$\sigma X_{1sr} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\sigma X_{1i})^2}{n(n-1)}}, \quad \sigma X_{2sr} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\sigma X_{2i})^2}{n(n-1)}} \quad (3.63)$$

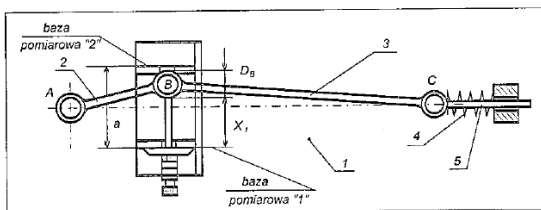
Obliczone z zależności (3.63) wartości błędów średnich wielkości X_1 i X_2 podstawiamy odpowiednio do zależności (3.57) i (3.58) i wyznaczamy błędy składowe ΔX_1 i ΔX_2 .

Po wyznaczeniu błędów składowych z zależności (3.53) ÷ (3.60) możemy wyznaczyć z (3.50) błąd bezwzględny wielkości poszukiwanej.

Wartość rzeczywistą pozoemu współczynnika tarcia w czopach mechanizmu korbowo-wodzikowego wyznaczamy z zależności (3.51). Wartość tę należy porównać z wartością obliczoną ze wzoru (3.37), przyjmując wartość współczynnika tarcia μ . Porównanie tych wartości pozwoli ocenić stan zużycia współpracujących elementów par obrotowych rozpatrywanego mechanizmu korbowo-wodzikowego.

3.3. Opis stanowiska

Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiono na rys. 3.11. Na płycie 1 zamocowany jest mechanizm korbowo-wodzikowy. Korba 2 połączona jest przegubowo w punkcie A z płytą 1, a w punkcie B przegubowo z korbowodem 3. Korbowód w punkcie C połączony jest przegubowo z wodzikiem 5, wykonującym ruch posuwisto-zwrotny.



Rys. 3.11. Schemat stanowiska pomiarowego

Siła wywierana na mechanizm przez sprężynę 4, po wychyleniu czopa B poza graniczne martwe położenie mechanizmu, spowoduje oderwanie się czopa B od trzpienia głębokościomierza i ruch mechanizmu korbowo-wodzikowego.

3.4. Przebieg ćwiczenia

1. Przymocować głębokościomierz mikrometryczny do podstawy pomiarowej płyty 1 od strony bazy pomiarowej „1”. Ustawić korbę i korbowód mechanizmu w jednej linii oraz dosunąć trzpień głębokościomierza do czopa B.
2. Obracać pokręteł głębokościomierza, wykonując ruch jednostajny w kierunku wysuwania trzpienia, aż do chwili oderwania się czopa B mechanizmu od trzpienia głębokościomierza. Zanotować wielkość wysunięcia trzpienia X_1 . Pomiar powtórzyć pięciokrotnie.
3. Przymocować głębokościomierz mikrometryczny do podstawy pomiarowej płyty 1 od strony bazy pomiarowej „2”. Ustawić korbę i korbowód mechanizmu w jednej linii oraz dosunąć trzpień głębokościomierza do czopa B.
4. Dokonać pomiaru tak jak w punkcie 2, zanotować wielkość wysunięcia trzpienia X_2 . Pomiar powtórzyć pięciokrotnie.
5. Dokonać pomiaru wielkości R, L, r_A, r_B, D_B, a .

3.5. Treść sprawozdania

W sprawozdaniu należy zamieścić:

1. Schemat i opis stanowiska.
2. Wyniki pomiarów i obliczenie współczynnika tarcia w czopach mechanizmu korbowo-wodzikowego.
3. Analizę błędów.
4. Wnioski dotyczące wyników przeprowadzonych pomiarów.

LITERATURA

- [1] Bogusz W., Tomaszewski K.: Teoria maszyn i automatycznej regulacji. AGH, Kraków 1971.
- [2] Morecki A., Trzaska S.: Zajęcia dydaktyczne z mechanicznej teorii maszyn. WNT, Warszawa 1964.
- [3] Oderfeld J.: Wstęp do mechanicznej teorii maszyn. WNT, Warszawa 1962.
- [4] Paraszewski Z.: Teoria maszyn i mechanizmów WNT, Warszawa 1967.